



هندسه پایه دهم

۱. مثلث ABC را که در آن $AB=8$ و $AC=6$ و میانه BM به طول ۵ واحد است، رسم کنید.
۲. زاویه xoy و دو نقطه A و B روی نیم‌خط ox مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A و B و نیز از oy به یک فاصله باشد.
۳. ذوزنقه $ABCD$ را طوری رسم کنید که قاعده بزرگ CD از آن به طول ۶ واحد، ارتفاع آن ۳ واحد و طول ساق‌های آن ۴ و $\frac{3}{5}$ واحد باشد.
۴. در مثلث ABC ، نیم‌ساز زاویه A ، ضلع BC را در D قطع می‌کند. ثابت کنید اگر: $BD \neq CD$ ، آن‌گاه: $AB \neq AC$.
۵. در مثلث ABC ، نیم‌ساز زاویه A ضلع B را در D قطع می‌کند. ثابت کنید: $AC > CD$.
۶. کدام یک از احکام کلی زیر درست هستند و کدام نادرست. احکام درست را با استدلال استنتاجی ثابت کنید و احکام نادرست را با مثال نقض رد کنید.
- الف) نقطه هم‌رسی سه ارتفاع هر مثلث، درون مثلث واقع است. (ب) در هر مثلث، هر ارتفاع از دو ضلع مجاورش کوچک‌تر است.

سوالات ریاضی دهم

۱. اگر $A = [-2, +\infty)$ ، $B = (-\frac{5}{2}, 10]$ و $C = (-\infty, 10)$ ، حاصل هر کدام را به صورت بازه نمایش دهید:
 - I) $(A \cap B)$
 - II) $(A \cup C)$
 - III) $(A' \cap C)'$
 - IV) $(A \cup C)'$
 - V) $(A - B)$
۲. اگر A مجموعه‌ای متناهی و B مجموعه‌ای نامتناهی باشد و داشته باشیم: $A \cap B \neq \emptyset$ ، آیا $(A - B)$ تهی است؟ چرا؟
۳. دو مجموعه نامتناهی مانند A و B مثال بزنید به طوری که $(A - B)$ متناهی و $(A \cap B)$ نامتناهی باشد.
۴. در یک دنباله حسابی، قدرنسبت (-3) و جمله پنجم ۸ است. جمله دوازدهم در این دنباله را بیابید.
۵. اگر جملات سوم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۵ و ۸۰ باشد، جمله یازدهم این دنباله را بیابید.

۶. حاصل عبارت مقابل را پیدا کنید:

$$A = \binom{n}{1} + \frac{\binom{n}{2}}{2} + \frac{\binom{n}{3}}{2^2} + \dots + \frac{\binom{n}{n-1}}{2^{n-2}}$$

سوالات جبر و احتمال

۱. برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید که عبارت $1 + (n+1)(n+2)(n+3) + \dots + n$ مربع کامل است.
۲. ثابت کنید حاصل ضرب هر n عدد صحیح متوالی، مضرب $n!$ است.
۳. $n+1$ عدد طبیعی از بین اعداد ۱، ۲، ۳، ... و $2n$ انتخاب می‌کنیم. ثابت کنید در بین آن‌ها حداقل دو عدد وجود دارند که نسبت به هم اول‌اند.
۴. اگر a ، b و c اعداد حقیقی مخالف صفر باشند، ثابت کنید:

$$\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)(a^2 + b^2 + c^2) \geq 9$$
۵. برای اعداد حقیقی $x > y > 0$ ثابت کنید:

$$\frac{x^4 - y^4}{4y^3} > x - y$$

سوالات ریاضی ۳

۱. اگر $P(A) = \frac{1}{4}$ ، $P(B) = \frac{1}{6}$ و احتمال رخ دادن A و B با هم برابر $\frac{1}{6}$ باشد، احتمال‌های زیر را حساب کنید:
 - الف) $P(A \cup B)$
 - ب) $P(A \cap B)$
 - ج) A و B هیچ‌کدام رخ ندهد.
 - د) حداقل یکی از آن‌ها رخ دهد.
 - ه) فقط یکی از آن‌ها رخ دهد.
۲. نسبت دانش‌آموزان کلاس‌های A و B ، ۲ به ۳ است و ۶۰ درصد دانش‌آموزان کلاس A و ۷۵ درصد دانش‌آموزان کلاس B در آزمون پذیرفته شده‌اند. یک دانش‌آموز از این دو کلاس، به تصادف انتخاب شده است. با چه احتمالی این دانش‌آموز در آزمون قبول نشده است؟
۳. از ظرفی حاوی ۴ مهره سفید و ۶ مهره سیاه، دو مهره با جای‌گذاری بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال:
 - الف) این دو مهره هم‌رنگ هستند.
 - ب) فقط یکی سفید است.
 - ج) حداقل یکی سیاه است.

ج) هر متوازی‌الاضلاع که دو قطر آن با هم برابر باشند، مستطیل است.

هندسه ۲ (سال سوم دبیرستان)

۱. در «مثلث سرپینسکی» به روش استقرایی الگویی برای تعداد مثلث‌های سیاه شده در مرحله n ام حدس بزنید.
۲. اولاً نشان دهید که هر سه عدد طبیعی متوالی بزرگ‌تر از ۱ می‌توانند طول‌های اضلاع مثلثی باشند. ثانیاً طول‌های اضلاع چنین مثلثی را به‌دست آورید که در آن نیم‌ساز وارد بر بزرگ‌ترین ضلع، آن را به دو قطعه تقسیم کند که اختلاف اندازه‌های آن‌ها $\frac{2}{3}$ واحد باشد.
۳. در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۶ واحد، نقطه M درون مثلث، از سه ضلع مثلث به یک فاصله است. این فاصله را به‌دست آورید.
۴. ثابت کنید در هر مثلث، مجموع فواصل هر نقطه درون مثلث از سه رأس آن، از محیط مثلث کوچک‌تر و از نصف محیط بزرگ‌تر است.
۵. مثلث ABC را با داشتن طول‌های سه میانه آن رسم کنید.

۶. چهارضلعی محدب $ABCD$ مفروض است. مکان هندسی نقطه‌های مانند M درون چهارضلعی را به‌دست آورید که چهارضلعی‌های $MADC$ و $MABC$ هم مساحت باشند.

سوالات حسابان

۱. باقی‌مانده تقسیم x^{10} را بر $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ به‌دست آورید.
۲. $P(x)$ یک چندجمله‌ای از درجه ۴ است و در تقسیم بر $x+1$ ، $x+2$ ، $x-1$ و $x-2$ باقی‌مانده‌ای برابر ۲ دارد. اگر باقی‌مانده $P(x)$ بر $x-3$ نیز صفر باشد، چندجمله‌ای $P(x)$ را مشخص کنید.
۳. به کمک رسم نمودار (هندسی)، جواب‌های تقریبی معادله $2x^2 + 8x^{x+1} = 2$ را به‌دست آورید.
۴. با استفاده از نابرابری مثلث، تمام جواب‌های معادله $|3x-5| = |x-1| + |4-2x|$ را بیابید.
۵. معادله $\frac{5}{4} = x^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2$ را حل کنید.